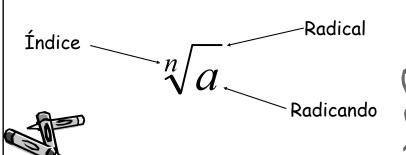




- 1. Definir el concepto Radical
- 2. Estudiar las propiedades básicas de los radicales.
- 3. Utilizar las propiedades de los radicales para simplificar expresiones.



· Definir radical, índice y radicando.



Radicales: ¿de dónde surgen?

• El concepto radical surge de los exponentes racionales. A continuación verás como se expresa de forma de exponente a forma radical equivalente.

$$b^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{b}$$

La base se convierte en el radicando, el denominador del exponente es el índice y el numerador del exponente en el exponente del radicando. Ejemplos. Expresa en forma radical equivalente.

1)
$$a^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{a^2}$$

1)
$$a^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{a^2}$$
 5) $(x+y)^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{(x+y)^2}$

$$2) \ 3x^{\frac{4}{5}} = 3\sqrt[5]{x^4}$$

2)
$$3x^{\frac{4}{5}} = 3\sqrt[5]{x^4}$$
 6) $-a^{\frac{3}{4}} = -\sqrt[4]{a^3}$

3)
$$(5p)^{\frac{3}{8}} = \sqrt[8]{(5p)^3}$$

7)
$$a + b^{\frac{4}{5}} = a + \sqrt[5]{b^4}$$

4)
$$x^{\frac{1}{3}} - y^{\frac{1}{2}} = \sqrt[3]{x} - \sqrt{y}$$

8)
$$-3x^{\frac{1}{3}} = -3\sqrt[3]{x}$$

Nota: Cuando el índice es 2 no se escribe.

Expresar en forma de exponentes.

· Para expresar en forma de exponentes hacemos el proceso inverso: el radicando pasa a ser la base, el índice el denominador del exponente y el exponente de radicando el numerador del exponente.

$$\sqrt[n]{b} = b^{\frac{1}{n}}$$



Ejemplos: Expresa en forma de exponente racional.

$$1)\sqrt[3]{a^2} = a^{\frac{2}{3}}$$

$$1)\sqrt[3]{a^2} = a^{\frac{2}{3}}$$
 5) $3\sqrt[5]{x^4} = 3x^{\frac{4}{5}}$

$$(2) - \sqrt[4]{a^3} = -a^{\frac{3}{4}}$$

$$2) - \sqrt[4]{a^3} = -a^{\frac{3}{4}}$$

$$6)\sqrt[8]{(5p)^3} = (5p)^{\frac{3}{8}}$$

$$3)a + \sqrt[5]{b^4} = a + b^{\frac{4}{5}}$$

$$3)a + \sqrt[5]{b^4} = a + b^{\frac{4}{5}} \qquad 7)\sqrt[3]{x} - \sqrt{y} = x^{\frac{1}{3}} - y^{\frac{1}{2}}$$

$$4)-3\sqrt[3]{x} = -3x^{\frac{1}{3}}$$

$$4) - 3\sqrt[3]{x} = -3x^{\frac{1}{3}}$$

$$8)\sqrt[3]{(x+y)^2} = (x+y)^{\frac{2}{3}}$$

Propiedades

$$1) \quad \sqrt[n]{x^n} = x$$

Ejemplos

Si el índice y el exponente del radicando son iguales, podemos extraer la base.

2)
$$\sqrt[n]{x \cdot y} = \sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y}$$
 Ejemplos

Si tenemos un producto adentro de un radical, lo podemos separar como el producto de los radicales.



3)
$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{x}} = \sqrt[m n]{x}$$
 Ejemplos

Un radical adentro de otro radical, multiplicamos los índices

$$4) \sqrt[k\cdot n]{x^{k\cdot m}} = \sqrt[n]{x^m}$$

Ejemplos

Si el índice y el exponente del radicando tienen factor en común, los simplificamos.

$$5) \quad \sqrt[n]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}}$$

Ejemplos

Un cociente adentro del radical, lo podemos separar como el cociente de dos radicales.



4)
$$\frac{4a^3b^2}{\sqrt[3]{2ab^2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2^2a^2b}}{\sqrt[3]{2^2a^2b}} = \frac{\sqrt[4a^3b^2]{\sqrt[3]{4a^2b}}}{\sqrt[2ab]{2a^2b}} = 2a^2b^{-3}\sqrt{4a^2b}$$

5)
$$\sqrt[5]{\sqrt{k^6}} = \sqrt[10]{k^6} = \sqrt[5]{k^3}$$

6)
$$\sqrt{2x}\sqrt{8xy} = \sqrt{16x^2y} = \sqrt{2^4x^2y} = 2^2x \sqrt{y} = 4x \sqrt{y}$$

7)
$$\sqrt[4]{4a^2b^2} = \sqrt[4]{2^2a^2b^2} = \sqrt{2ab}$$

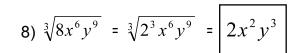


Ejemplos. Simplifica utilizando las propiedades.

1)
$$\sqrt[3]{24x^3y^5} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 3x^3y^5} = 2xy \sqrt[3]{3y^2}$$

2)
$$\sqrt[3]{\sqrt{a^5}} = \left| \sqrt[6]{a^5} \right|$$

3)
$$\sqrt[5]{\frac{x^2}{16y^3}} = \frac{\sqrt[5]{x^2}}{\sqrt[5]{16y^3}} = \frac{\sqrt[5]{x^2}}{\sqrt[5]{2^4y^3}} \cdot \frac{\sqrt[5]{2y^2}}{\sqrt[5]{2y^2}} = \frac{\sqrt[5]{2x^2y^2}}{\sqrt[5]{2^5y^5}} = \frac{\sqrt[5]{2x^2y^2}}{\sqrt[5]{2x^2y^2}}$$



9)
$$\sqrt[4]{\frac{3x^2}{8y^2}} = \frac{\sqrt[4]{3x^2}}{\sqrt[4]{8y^2}} = \frac{\sqrt[4]{3x^2}}{\sqrt[4]{2^3y^2}} \cdot \frac{\sqrt[4]{2y^2}}{\sqrt[4]{2y^2}} = \boxed{\frac{\sqrt[4]{6x^2y^2}}{2y}}$$

10)
$$\sqrt{\sqrt[4]{a^8b^4c^6}} = \sqrt[8]{a^8b^4c^6} = a\sqrt[8]{b^4c^6} = a\sqrt[4]{b^2c^3}$$



iFin!

Ej. Propiedad #1

Si el índice y el exponente del radicando son iguales, podemos extraer la base.

1)
$$\sqrt[5]{x^5} = x$$
 4) $\sqrt[6]{a^6} = a$

4)
$$\sqrt[6]{a^6} = a$$

2)
$$\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$$
 5) $\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$

5)
$$\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$$

3)
$$\sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2$$



Regresar a Propiedades

Ej. Propiedad #3

Un radical adentro de otro radical, multiplicamos los índices.

1)
$$\sqrt[3]{\sqrt[4]{x}} = \sqrt[12]{x}$$

$$2) \sqrt[4]{a^3} = \sqrt[8]{a^3}$$

3)
$$\sqrt{\sqrt{16}} = \sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2$$

4)
$$\sqrt[3]{\sqrt[4]{ab^2}} = \sqrt[24]{ab^2}$$

Regresar a propiedades

Ej. Propiedad #2

Si tenemos un producto adentro de un radical, lo podemos separar como el producto de los radicales.

1)
$$\sqrt{8} = \sqrt{2^2 \cdot 2} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

2)
$$\sqrt{20} = \sqrt{2^2 \cdot 5} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

3)
$$\sqrt[3]{54a^5} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 2a^3a^2} = \sqrt[3]{3^3a^3} \cdot \sqrt[3]{2a^2} = 3a \sqrt[3]{2a^2}$$

$$4)\sqrt{6}\sqrt{3} = \sqrt{18} = \sqrt{3^2 \cdot 2} = \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$



Regresar a propiedades

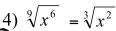
Ej. Propiedad #4

Si el índice y el exponente del radicando tienen factor en común, los simplificamos.

1)
$$\sqrt[6]{x^3} = \sqrt[2]{x}$$

2)
$$\sqrt[4]{x^2y^2} = \sqrt{xy}$$

3)
$$\sqrt[6]{a^2b^4} = \sqrt[3]{ab^2}$$





Regresar a propiedades

Ej. Propiedad #5

Un cociente adentro del radical, lo podemos separar como el cociente de dos radicales.

1)
$$\sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

2)
$$\sqrt[3]{\frac{24x^3}{8}} = \frac{\sqrt[3]{24x^3}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{\sqrt[3]{2^3 \cdot 3x^3}}{\sqrt[3]{2^3}} = \frac{2x^{-3}\sqrt{3}}{2} = x^{-3}\sqrt{3}$$

3)
$$\sqrt{\frac{5}{2}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

Si el radical del denominador no simplifica, entonces RACIONALIZAMOS el denominador.

¿Qué es racionalizar?



1. Ningún radicando (la expresión que está adentro del radical) contiene una potencia mayor o igual al índice.

2. Ninguna potencia del radicando y el índice tienen factor común.

$$\sqrt[6]{x^4}$$
 Wiola condición 2

3. No hay radicales en el denominador.

34. No hay fracción adentro del radical.

 $\sqrt{\frac{2}{5}}$ — Viola condición 4
Simplificación de Radicales

La racionalización del denominador

Al <u>proceso</u> de escribir una expresión racional con radicales en el denominador como otra expresión que no tiene radicales en el denominador se denomina como <u>racionalizar el</u> denominador.

"De igual forma podemos racionalizar el numerador."

Aclaración: Para <u>racionalizar el denominador de</u> <u>una expresión</u> que tiene un solo término con raíz en el denominador, se multiplica el numerador y el denominador por una expresión con radical que eleve cada factor dentro del radicando a una potencia que coincida con el índice del radical.



Racionalizar