



# Exponentes Enteros

1

## Estándares y Expectativas:

- ▶ A.PR.10.5.1
- ▶ **Estándar:** Álgebra
- ▶ **Dominio:** Patrones, relaciones y funciones
- ▶ **Grado:** 10
- ▶ **Expectativa:** Extiende y aplica las propiedades de los exponentes enteros a los exponentes racionales.
- ▶ **Indicador:** Destreza – Aplica las propiedades de los exponentes enteros en el conjunto de los racionales.

2

## Objetivos:

1. Definir los conceptos de: exponentes naturales, exponentes enteros.
2. Conocer las reglas básicas de los exponentes enteros.
3. Utilizar las reglas de los exponentes enteros para simplificar expresiones.

3

## Definición

Un **exponente natural** es un número que se escribe en la parte superior derecha de otro número o expresión, llamado la base e indica el número de veces que se va a multiplicar la base por ella misma.

Ilustración:

$$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = \boxed{125}$$

Base

Exponente

4

En general:

$$x^n = \underbrace{x \cdot x \cdot x \cdot x \cdots x}_{n \text{ veces}}$$

Ejemplos:

$$1) 3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = \boxed{81}$$

$$2) (-5)^2 = (-5)(-5) = \boxed{25}$$

$$3) -7^2 = -7 \cdot 7 = \boxed{-49}$$

**Aclaración:** El exponente se aplica sobre la expresión que está inmediatamente a la izquierda.

5

## Propiedades de los exponentes

**Producto con bases iguales:** se pasa la base y se suman los exponentes.

$$1) a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

Ejemplos:

$$1) 4^2 \cdot 4^3 = 4^5 = \boxed{1024}$$

$$2) x^{20} \cdot x^5 = \boxed{x^{25}}$$

$$3) (x+3)^{11} \cdot (x+3) = \boxed{(x+3)^{12}}$$

6

**División con bases iguales:** se pasa la base y se restan los exponentes. Se recomienda restar donde está el exponente mayor.

$$2) \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}; \text{ si } n > m$$

$$\frac{a^n}{a^m} = \frac{1}{a^{m-n}}; \text{ si } m > n$$

7

Ejemplos:

$$1) \frac{w^8}{w^3} = w^{8-3} = w^5$$

$$2) \frac{18x^5}{12x^9} = \frac{3}{2x^{9-5}} = \frac{3}{2x^4}$$

$$3) \frac{24n^3 p^2 q}{30n^2 p^2 q^5} = \frac{4n}{5q^4}$$

8

**Todo número distinto de cero elevado a la cero es igual a 1.**

3)  $a^0 = 1$ ,  $0^0$  es una forma indeterminada

$$1 = \frac{a^n}{a^n} = a^{n-n} = a^0$$

**Ejemplos:**

1)  $6^0 = \boxed{1}$

2)  $5x^0 = 5(1) = \boxed{5}$  si  $x \neq 0$

3)  $(-3x)^0 + 8y^0 = 1 + 8(1) = 1 + 8 = \boxed{9}$  si  $x, y \neq 0$

9

**El negativo del exponente representa el recíproco del número con exponente positivo.**

$$4) a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad \frac{1}{a^{-n}} = a^n$$

**Ejemplos:**

1)  $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \boxed{\frac{1}{9}}$

2)  $5^{-2}x^{-1}y^4 = \frac{y^4}{5^2x} = \boxed{\frac{y^4}{25x}}$

3)  $\frac{2}{5^{-2}} = 2(5^2) = 2(25) = \boxed{50}$

10

$$4) \frac{2^{-3}x^4y^{-5}}{5x^{-3}y} = \frac{x^4x^3}{2^3 \cdot 5yy^5} = \frac{x^7}{8 \cdot 5y^6} = \boxed{\frac{x^7}{40y^6}}$$

$$5) \frac{1}{x^{-2}y^{-1}} = \boxed{x^2y}$$

11

**Potencias de potencias: se multiplican los exponentes**

$$5) (a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

**Ejemplos:**

1)  $(2^3)^2 = 2^6 = \boxed{64}$

2)  $(x^{25})^{10} = \boxed{x^{250}}$

3)  $((x^9)^3)^2 = (x^{27})^2 = \boxed{x^{54}}$

12

**Productos de potencias de potencias:** se aplica el exponente a cada factor de la expresión mediante la regla de potencias.

$$6) (a^n \cdot b^k)^m = a^{n \cdot m} \cdot b^{k \cdot m}$$

**Ejemplos:**

$$1) (x^4 y^3)^7 = \boxed{x^{28} y^{21}}$$

$$2) (3pr^7)^2 = \boxed{9p^2 r^{14}}$$

$$3) (-5w^3 c^2)^2 = \boxed{25w^6 c^4}$$

13

**Potencias de una división :** el exponente se aplica sobre el numerador y el denominador.

$$7) \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

**Ejemplos:**

$$1) \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \boxed{\frac{25}{36}} \quad 3) \left(\frac{-5p^2 q^3}{7m^5}\right)^2 = \boxed{\frac{25p^4 q^6}{49m^{10}}}$$

$$2) \left(\frac{2x^3 y}{3z^4}\right)^3 = \boxed{\frac{8x^9 y^3}{27z^{12}}} \quad 4) \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n = \boxed{\frac{b^n}{a^n}}$$

14

$$5) \frac{36x^4 y^{-6}}{12x^2 y^5} = \frac{36x^4}{12x^2 y^5 y^6} = \frac{3x^4}{x^2 y^5 y^6} = \boxed{\frac{3x^2}{y^{11}}}$$

$$6) \frac{(3x^2 y)(4x^4 y^{-3})}{2x^7 y^5} = \frac{12x^6 y^{-2}}{2x^7 y^5} = \frac{12x^6}{2x^7 y^5 y^2} = \boxed{\frac{6}{xy^7}}$$

15

**Ejemplos:**

$$1) \left(\frac{3}{5}\right)^{-2} = \boxed{\text{Solución}}$$

$$2) \left(\frac{5x^3}{y^4}\right)^{-2} = \boxed{\text{Solución}}$$

$$3) \left(\frac{-2p^5 q^2}{3m^3}\right)^{-2} = \boxed{\text{Solución}}$$

$$4) \left(\frac{3x^{-2} y^5 z}{5x^{-3} y^7 z}\right)^{-3} = \boxed{\text{Solución}}$$

$$5) \left(\frac{n^6 m^{-8}}{7n^{-4} m^{-7}}\right)^{-2} = \boxed{\text{Solución}}$$

16

### Soluciones:

$$1) \left(\frac{3}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \boxed{\frac{25}{9}}$$

Ejercicios

17

$$2) \left(\frac{5x^3}{y^4}\right)^{-2} = \left(\frac{y^4}{5x^3}\right)^2 = \boxed{\frac{y^8}{25x^6}}$$

Ejercicios

18

$$3) \left(\frac{-2p^5q^2}{3m^3}\right)^{-2} = \left(\frac{3m^3}{-2p^5q^2}\right)^2 = \boxed{\frac{9m^6}{4p^{10}q^4}}$$

Ejercicios

19

$$4) \left(\frac{3x^{-2}y^5z}{5x^{-3}y^7z}\right)^{-3} = \left(\frac{3x^3y^5z}{5x^2y^7z}\right)^{-3}$$
$$= \left(\frac{3x}{5y^2}\right)^{-3} = \left(\frac{5y^2}{3x}\right)^3$$
$$= \frac{125y^6}{27x^3}$$

Ejercicios

20

$$5) \left( \frac{n^6 m^{-8}}{7n^{-4} m^{-7}} \right)^{-2} = \left( \frac{n^6 n^4 m^7}{7m^8} \right)^{-2} = \left( \frac{n^{10}}{7m} \right)^{-2}$$
$$= \left( \frac{7m}{n^{10}} \right)^2 = \boxed{\frac{49m^2}{n^{20}}}$$

**Ejercicios**