

Exponentes Racionales

Objetivos:

1. Definir el concepto de exponentes racionales.
2. Repasar las reglas básicas de los exponentes racionales (igual que en los enteros)
3. Utilizar las reglas de los exponentes racionales para simplificar expresiones.

Propiedades de los Exponentes

$$1) a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$2) \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}; \text{ si } n > m$$

$$\frac{a^n}{a^m} = \frac{1}{a^{m-n}}; \text{ si } m > n$$

$$3) a^0 = 1, \quad 0^0 \text{ es una forma indeterminada}$$

$$4) a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad \frac{1}{a^{-n}} = a^n$$

$$5) (a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

$$6) (a^n \cdot b^k)^m = a^{n \cdot m} \cdot b^{k \cdot m}$$

$$7) \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Simplifica utilizando las propiedades

$$1) 3a^{\frac{1}{5}} \cdot -2a^{\frac{2}{5}} = -6a^{\frac{3}{5}}$$

$$2) p^{\frac{2}{9}} p^{\frac{5}{6}} = p^{\frac{19}{18}}$$

$$\frac{2}{9} + \frac{5}{6} = \frac{4+15}{18} = \frac{19}{18}$$

$$3) \frac{x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{4}}} = x^{\frac{1}{12}} \quad \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{4-3}{12} = \frac{1}{12}$$

$$4) \frac{m^{\frac{2}{3}}}{m^{\frac{4}{5}}} = \frac{1}{m^{\frac{2}{15}}} \quad \frac{4}{5} - \frac{2}{3} = \frac{12-10}{15} = \frac{2}{15}$$

$$\frac{2}{3} - \frac{4}{5} = \frac{10-12}{15} = \frac{-2}{15}$$

$$= m^{\frac{-2}{15}} = \frac{1}{m^{\frac{2}{15}}}$$

$$5) (a^{-6}b^4)^{\frac{-2}{3}} = a^4b^{\frac{-8}{3}} = \frac{a^4}{b^{\frac{8}{3}}}$$

$$-6 \cdot \frac{-2}{3} = \frac{4}{1} = 4 \quad 4 \cdot \frac{-2}{3} = \frac{-8}{3}$$

$$6) \left(\frac{-a^{\frac{1}{3}}}{a^{\frac{-3}{2}}} \right)^3 = \frac{(-1)^3 a^{\frac{9}{6}}}{a^{\frac{-9}{2}}} = -a \cdot a^{\frac{9}{2}} = -a^{\frac{11}{2}}$$

$$\frac{1}{3} \cdot 3 = 1 \quad (-1)^3 = -1 \cdot -1 \cdot -1 = -1$$

$$\frac{-3}{2} \cdot 3 = \frac{-9}{2} \quad \frac{1}{1} + \frac{9}{2} = \frac{2+9}{2} = \frac{11}{2}$$

$$7) \frac{(p^9q^6)^{\frac{-1}{3}}}{(p^6q^{-8})^{\frac{-1}{2}}} = \frac{p^{-3}q^{-2}}{p^{-3}q^4} = \frac{p^3}{p^3q^4q^2} = \frac{1}{q^6}$$

$$9 \cdot \frac{-1}{3} = -3 \quad 6 \cdot \frac{-1}{3} = -2$$

$$6 \cdot \frac{-1}{2} = -3 \quad -8 \cdot \frac{-1}{2} = 4$$

$$8) a^{\frac{4}{3}} a^{\frac{-3}{2}} a^{\frac{1}{6}} = \frac{a^{\frac{4}{3}} a^{\frac{1}{6}}}{a^{\frac{3}{2}}} = \frac{a^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{3}{2}}} = a^0 = 1$$

$$\frac{4}{3} + \frac{1}{6} = \frac{8+1}{6} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2} \quad \frac{4}{3} - \frac{3}{2} + \frac{1}{6} = \frac{8-9+1}{6} = \frac{0}{6} = 0$$

Evaluar coeficientes numéricos elevados a potencias fraccionarias

- ▶ Es importante conocer y aplicar correctamente las propiedades de los exponentes cuando simplificamos bases numéricas elevadas a exponentes racionales.
- ▶ Poder descomponer el exponente racional. Una vez descompuesto, verás que es bien sencillo el proceso de simplificación.

Veamos algunos ejemplos

$$1) 4^{\frac{1}{2}} = 2 \quad \left(2^2\right)^{\frac{1}{2}} = 2^1 = 2$$

$$2) 9^{\frac{1}{2}} = 3 \quad \left(3^2\right)^{\frac{1}{2}} = 3^1 = 3$$

$$3) 25^{\frac{1}{2}} = 5 \quad \left(5^2\right)^{\frac{1}{2}} = 5^1 = 5$$

Elevar a la $\frac{1}{2}$ es equivalente a extraer la raíz cuadrada.

$$4) 8^{\frac{1}{3}} = 2 \quad \left(2^3\right)^{\frac{1}{3}} = 2^1 = 2$$

$$5) 27^{\frac{1}{3}} = 3 \quad \left(3^3\right)^{\frac{1}{3}} = 3^1 = 3$$

$$6) 16^{\frac{1}{4}} = 2 \quad \left(2^4\right)^{\frac{1}{4}} = 2^1 = 2$$

Elevar a la $\frac{1}{3}$ es equivalente a extraer la raíz cúbica, a la $\frac{1}{4}$ es la raíz cuarta y así sucesivamente..

Más ejemplos

$$1) 4^{\frac{3}{2}} = \left(4^{\frac{1}{2}}\right)^3 = 2^3 = 8$$

$$2) 9^{\frac{3}{2}} = \left(9^{\frac{1}{2}}\right)^3 = 3^3 = 27$$

$$3) 16^{\frac{5}{4}} = \left(16^{\frac{1}{4}}\right)^5 = 2^5 = 32$$

$$4) 27^{\frac{2}{3}} = \left(27^{\frac{1}{3}}\right)^2 = 3^2 = 9$$

$$1) \left(\frac{9a^{\frac{1}{3}}a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{-1}{6}}} \right)^{\frac{-1}{2}} =$$

$$2) \left(\frac{25a^3b^{-2}}{16a^4b^3} \right)^{\frac{-3}{2}} =$$

$$3) \left(\frac{x^{\frac{-1}{2}}}{x^{\frac{2}{3}}} \right)^{\frac{-1}{4}} =$$

$$4) \left(\frac{27x^{-3}}{8y^6} \right)^{\frac{-4}{3}} =$$

$$5) \frac{6a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{-1}{4}}}{9a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{3}{4}}} =$$

$$6) (8^{-1}x^{-2}y^{-3})^{\frac{-4}{3}} =$$