



POLINOMIOS: PROPIEDADES DE LOS EXPONENTES

Producto de potencias: problemas

Potencia de un producto: problemas

Potencia a la cero: problemas

Potencia con exponentes negativos: problemas

Cociente de potencias: problemas

Potencia de un cociente: problemas

TODAS LAS PROPIEDADES AL MISMO TIEMPO

PROBLEMA 1

PROBLEMA 1

PROBLEMA 2

PROBLEMA 2

PROBLEMA 3

PROBLEMA 3

PROBLEMA 4

PROBLEMA 4

TERMINAR
PANTALLA
COMPLETA

INDICADOR DE ALGEBRA QUE SE ENFOCA:



A.PR.10.5.1

Extiende y aplica las propiedades de los exponentes enteros a los exponentes racionales. Relaciona los exponentes racionales con su representación radical.



Producto de potencias:

Para cualquier número a siendo enteros m & n

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Escriba la expresión como una sola potencia de la base:

$$x^2 x^5 = x^{2+5} \\ = x^7$$

$$y^2 y^5 y^7 = y^{2+5+7} \\ = y^{14}$$

Complete las ecuaciones:

$$x^2 x^5 = x^9 \longrightarrow ? + 5 = 9 \longrightarrow 4 + 5 = 9 \longrightarrow x^4 x^5 = x^9$$

$$y^3 y^7 = y^? \longrightarrow 3 + 7 = ? \longrightarrow 3 + 7 = 10 \longrightarrow y^3 y^7 = y^{10}$$



Para cualquier número real a & b , siendo enteros m & n

Potencia de una potencia (Potencia elevada a una potencia):

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

Escriba la expresión como una sola potencia de la base:

$$(x^6)^3 = x^{(6)(3)} \\ = x^{18}$$

$$(y^5)^2 = y^{(5)(2)} \\ = y^{10}$$

Complete las siguientes ecuaciones:

$$(x^3)^? = x^{15} \longrightarrow 3(?) = 15 \longrightarrow 3(5) = 15 \longrightarrow (x^3)^5 = x^{15}$$

$$(y^?)^4 = y^{28} \longrightarrow (?) (4) = 28 \longrightarrow (7)(4) = 28 \longrightarrow (y^7)^4 = y^{28}$$

$$(y^9)^6 = y^? \longrightarrow (9)(6) = ? \longrightarrow (9)(6) = 54 \longrightarrow (y^9)^6 = y^{54}$$



Para cualquier número real a & b , siendo enteros m & n

Potencia de un producto (Producto elevado a una potencia):

$$(ab)^n = a^n b^n$$

Simplifique las expresiones:

$$(xy)^7 = x^7 y^7$$

$$\begin{aligned} (-3pr)^5 &= (-3)^5 p^5 r^5 \\ &= -243p^5 r^5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4 \cdot 6)^3 &= 4^3 \cdot 6^3 \\ &= 64 \cdot 216 \\ &= 13824 \end{aligned}$$



Complete los enunciados usando $< >$

$$(7 \cdot 4)^2 \text{ ? } 7 \cdot 4^3$$

$$7^2 \cdot 4^2 \text{ ? } 7 \cdot 4^3$$

$$49 \cdot 16 \text{ ? } 7 \cdot 64$$

$$784 > 448$$

Simplifique las expresiones:

$$\begin{aligned} 2p^3 \cdot (-5pq)^2 &= 2p^3 \cdot (-5)^2 \cdot p^2 \cdot q^2 \\ &= 2(-5)^2 \cdot p^3 \cdot p^2 \cdot q^2 \\ &= 2(25) \cdot p^{3+2} q^2 \\ &= 50p^5 q^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4p^4 \cdot (-3pq)^3 &= 4p^4 \cdot (-3)^3 \cdot p^3 \cdot q^3 \\ &= 4(-3)^3 \cdot p^4 \cdot p^3 \cdot q^3 \\ &= 4(-27) \cdot p^{4+3} q^3 \\ &= -108p^7 q^3 \end{aligned}$$



Potencia a la cero:

$$a^0 = 1$$

$$(4y)^0 = 1$$

$$(-3kp)^0 = 1$$

~~0~~⁰ ¡indefinida!



Potencia con exponentes negativos:

Para cualquier número real a , & cualquier entero n , donde $a \neq 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad \text{y} \quad \frac{1}{a^n} = a^{-n}$$

$$a^{-3} = \frac{1}{a^3} \quad x^{-5} = \frac{1}{x^5} \quad y^{-9} = \frac{1}{y^9}$$

$$\frac{1}{z^8} = z^{-8} \quad \frac{1}{b^6} = b^{-6}$$



Evaluar las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} (-4)^{-3} &= \frac{1}{(-4)^3} & \frac{1}{(-3)^{-4}} &= (-3)^4 \\ &= \frac{1}{-64} & &= 81 \\ &= -\frac{1}{64} & & \\ &\approx -.016 & & \end{aligned}$$

Evaluar las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} 8^4 \cdot 8^{-5} &= 8^{4+(-5)} & (3^{-5})^{-2} &= 3^{(-5)(-2)} & (-5 \cdot 2 \cdot 3)^{-3} &= \frac{1}{(-5 \cdot 2 \cdot 3)^3} \\ &= 8^{-1} & &= 3^{10} & &= \frac{1}{(-5)^3 \cdot 2^3 \cdot 3^3} \\ &= \frac{1}{8} & &= 59049 & &= \frac{1}{-125 \cdot 8 \cdot 27} \\ &= 0.125 & & & &= -\frac{1}{27000} \end{aligned}$$

9



Simplificar las siguientes expresiones y expresarlas con exponentes positivos:

$$\begin{aligned} p^3 k^{-2} &= p^3 \left(\frac{1}{k^2} \right) & \frac{r^3}{t^{-4}} &= r^3 t^4 & (7h^2 m^3)^{-2} &= \frac{1}{(7h^2 m^3)^2} \\ &= \frac{p^3}{k^2} & & & &= \frac{1}{7^2 h^{2(2)} m^{3(2)}} \\ & & & & &= \frac{1}{7^2 h^4 m^6} \\ & & & & &= \frac{1}{49h^4 m^6} \end{aligned}$$

10



Cociente de potencias:

Para cualquier número real a , excepto $a=0$, siendo enteros m & n

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

CLAVE: Para evitar exponentes negativos se sugiere que el exponente mayor se lleve el exponente menor.

Simplifique el cociente:

$$\begin{aligned} \frac{x^9}{x^3} &= x^{9-3} & \frac{y^7}{y^6} &= y^{7-6} \\ &= x^6 & &= y \end{aligned}$$

Complete la ecuación:

$$\begin{aligned} \frac{x^4}{x^2} &= x^? \longrightarrow 4-2=? \longrightarrow 4-2=2 \longrightarrow \frac{x^4}{x^2} = x^2 \\ \frac{x^{-2}}{x^5} &= x^? \longrightarrow ?-5=9 \longrightarrow 14-5=9 \longrightarrow \frac{x^{14}}{x^5} = x^9 \\ \frac{x^7}{x^?} &= x^3 \longrightarrow 7-?=3 \longrightarrow 7-4=3 \longrightarrow \frac{x^7}{x^4} = x^3 \end{aligned}$$

11



Cociente de potencias:

Para cualquier número a , excepto $a=0$, siendo enteros m & n

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Simplifique los cocientes:

$$\begin{aligned} \frac{x^8 x^4}{x^3} &= \frac{x^{8+4}}{x^3} & \frac{x^9 x^5}{x^2} &= \frac{x^{9+5}}{x^2} & x^7 \cdot \frac{1}{x^4} &= \frac{x^7}{x^4} & \frac{1}{x^5} \cdot x^8 &= \frac{x^8}{x^5} \\ &= \frac{x^{12}}{x^3} & &= \frac{x^{14}}{x^2} & &= x^{7-4} & &= x^{8-5} \\ &= x^{12-3} & &= x^{14-2} & &= x^3 & &= x^3 \\ &= x^9 & &= x^{12} & & & & \end{aligned}$$

12



Suponga m & n son enteros; además a & b son números reales; entonces lo siguiente es verdadero:

Potencia de un cociente (Cociente elevado a una potencia):

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n = \frac{b^n}{a^n}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{y^2}{x^3}\right)^3 &= \frac{y^{(2)(3)}}{x^{(3)(3)}} & \left(\frac{y^3}{x^2}\right)^{-5} &= \left(\frac{x^2}{y^3}\right)^5 \\ &= \frac{y^6}{x^9} & &= \frac{x^{(2)(5)}}{y^{(3)(5)}} \\ & & &= \frac{x^{10}}{y^{15}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{y^7}{x^2}\right)^2 &= \frac{y^{(7)(2)}}{x^{(2)(2)}} & \left(\frac{y^5}{x}\right)^{-6} &= \left(\frac{x^1}{y^5}\right)^6 \\ &= \frac{y^{14}}{x^4} & &= \frac{x^{(1)(6)}}{y^{(5)(6)}} \\ & & &= \frac{x^6}{y^{30}} \end{aligned}$$

13



Complete las ecuaciones:

$$\left(\frac{p^4}{q^2}\right)^? = \frac{p^{12}}{q^6} \longrightarrow (4)(?) = 12 \longrightarrow (4)(3) = 12 \longrightarrow \left(\frac{p^4}{q^2}\right)^3 = \frac{p^{12}}{q^6}$$

$$(2)(?) = 6 \longrightarrow (2)(3) = 6$$

$$\left(\frac{t^2}{r^3}\right)^7 = \frac{t^{14}}{r^?} \longrightarrow (2)(7) = 14 \longrightarrow (2)(7) = 14 \longrightarrow \left(\frac{t^2}{r^3}\right)^7 = \frac{t^{14}}{r^{21}}$$

$$(3)(7) = ? \longrightarrow (3)(7) = 21$$

$$\left(\frac{p^2}{q^?}\right)^4 = \frac{p^{16}}{q^{20}} \longrightarrow (?)(4) = 16 \longrightarrow (4)(4) = 16 \longrightarrow \left(\frac{p^2}{q^?}\right)^4 = \frac{p^{16}}{q^{20}}$$

$$(2)(4) = 20 \longrightarrow (5)(4) = 20$$

$$\left(\frac{-7}{3}\right)^2 = \frac{49}{?} \longrightarrow (-7)^2 = 49 \longrightarrow (-7)^2 = 49 \longrightarrow \left(\frac{-7}{3}\right)^2 = \frac{49}{9}$$

$$(3)^2 = ? \longrightarrow (3)^2 = 9$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^? = \frac{27}{8} \longrightarrow (3)^? = 27 \longrightarrow (3)^3 = 27 \longrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8}$$

$$(2)^? = 8 \longrightarrow (2)^3 = 8$$



Simplifique la expresión:

$$\begin{aligned} (4x^2y^3)(-2x^5y^4z^2) \\ (4x^2y^3)(-2x^5y^4z^2) &= (4)(-2)x^2x^5y^3y^4z^2 \\ &= -8x^{2+5}y^{3+4}z^2 \\ &= -8x^7y^7z^2 \end{aligned}$$

15



Simplifique la expresión:

$$\begin{aligned} (3k^6n^2)(-7k^5n^2r^7) \\ (3k^6n^2)(-7k^5n^2r^7) &= (3)(-7)k^6k^5n^2n^2r^7 \\ &= -21k^{6+5}n^{2+2}r^7 \\ &= -21k^{11}n^4r^7 \end{aligned}$$

16

Simplifique la expresi3n (solo exponentes positivos):

$$\begin{aligned} \frac{x^3 y^5 z^4}{xy^3} \cdot \frac{x^2 y^4}{x^2 y z^2} &= \frac{x^3 y^5 z^4}{x^1 y^3} \cdot \frac{x^2 y^4}{x^2 y^1 z^2} \\ &= \frac{(x^3 y^5 z^4)(x^2 y^4)}{(x^1 y^3)(x^2 y^1 z^2)} && \text{Multiplicando las fracciones} \\ &= \frac{x^3 x^2 y^5 y^4 z^4}{x^1 x^2 y^3 y^1 z^2} && \text{Agrupando las variables en el} \\ & && \text{numerador y denominador} \\ &= \frac{x^{3+2} y^{5+4} z^4}{x^{1+2} y^{3+1} z^2} && \text{Aplicando la propiedad del} \\ & && \text{producto de potencias} \\ &= \frac{x^5 y^9 z^4}{x^3 y^4 z^2} \\ &= x^{5-3} y^{9-4} z^{4-2} && \text{Aplicando la propiedad} \\ &= x^2 y^5 z^2 && \text{de cociente de potencias} \end{aligned}$$

17

Simplifique la expresi3n (solo exponentes positivos)

$$\begin{aligned} \frac{x^4 y^6 z^5}{xy^2} \cdot \frac{x^4 y^5}{x^3 y z^4} &= \frac{x^4 y^6 z^5}{x^1 y^2} \cdot \frac{x^4 y^5}{x^3 y^1 z^4} \\ &= \frac{(x^4 y^6 z^5)(x^4 y^5)}{(x^1 y^2)(x^3 y^1 z^4)} && \text{Multiplicando las fracciones} \\ &= \frac{x^4 x^4 y^6 y^5 z^5}{x^1 x^3 y^2 y^1 z^4} && \text{Agrupando las variables en el} \\ & && \text{numerador y denominador} \\ &= \frac{x^{4+4} y^{6+5} z^5}{x^{1+3} y^{2+1} z^4} && \text{Aplicando la propiedad del} \\ & && \text{producto de potencias} \\ &= \frac{x^8 y^{11} z^5}{x^4 y^3 z^4} \\ &= x^{8-4} y^{11-3} z^{5-4} && \text{Aplicando la propiedad} \\ &= x^4 y^8 z && \text{de cociente de potencias} \end{aligned}$$

18

Simplifique los monomios:

$$\begin{aligned} \frac{-18p^4 r^3 w^2}{36p^2 r^3 w^4 x^5} \\ \frac{-18p^4 r^3 w^2}{36p^2 r^3 w^4 x^5} &= \frac{-18 \div 18}{36 \div 18} p^{4-2} r^{3-3} w^{2-4} x^{-5} \\ &= \frac{-1}{2} p^2 r^0 w^{-2} x^{-5} \\ &= -\frac{p^2}{2w^2 x^5} \end{aligned}$$

Encontrando el MCD 18 y 36:

$$\begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} 3^2 \qquad \begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} 2^2$$

$$18 = 2 \cdot 3^2$$

$$36 = 2^2 \cdot 3^2$$

Tomando los n3meros que se repiten con el menor exponente:

$$\text{MCD} = 2 \cdot 3^2 = 18$$

19

Simplifique el siguiente monomio:

$$\begin{aligned} \frac{-27a^7 b^5 c^9}{48a^3 b^6 c^8 d^2} \\ \frac{-27a^7 b^5 c^9}{48a^3 b^6 c^8 d^2} &= \frac{-27 \div 3}{48 \div 3} a^{7-3} b^{5-6} c^{9-8} d^{-2} \\ &= \frac{-9}{16} a^4 b^{-1} c^1 d^{-2} \\ &= -\frac{9a^4 c}{16bd^2} \end{aligned}$$

Encontrando el MCD entre 27 y 48:

$$\begin{array}{r|l} 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} 3^3 \qquad \begin{array}{r|l} 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} 2^4$$

$$27 = 3^3$$

$$48 = 3 \cdot 2^4$$

Tomando los n3meros que se repiten con el menor exponente:

$$\text{MCD} = 3$$

20



Simplificar la expresión:

A.PR.10.5.1



$$\left(\frac{a^3 b^2 c^3}{-3 a^3 b^6 c^9 d^2} \right)^{-3}$$

$$\left(\frac{a^3 b^2 c^3}{-3 a^3 b^6 c^9 d^2} \right)^{-3} = \left((-3)^{-1} a^{3-3} b^{2-6} c^{3-9} d^{-2} \right)^{-3}$$

Aplicando la propiedad de cociente de potencias

$$= \left((-3)^{-1} \cancel{a^0}^1 b^{-4} c^{-6} d^{-2} \right)^{-3}$$

Aplicar potencia a la cero

$$= (-3)^{(-1)(-3)} b^{(-4)(-3)} c^{(-6)(-3)} d^{(-2)(-3)}$$

Aplicar propiedad de potencia a la potencia

$$= (-3)^3 b^{12} c^{18} d^6$$

$$= -27 b^{12} c^{18} d^6$$



Simplificar la expresión:

A.PR.10.5.1



$$\left(\frac{a^2 b^3 c^4}{2 a^2 b^6 c^7 d^5} \right)^{-2}$$

$$\left(\frac{a^2 b^3 c^4}{2 a^2 b^6 c^7 d^5} \right)^{-2} = \left(2^{-1} a^{2-2} b^{3-6} c^{4-7} d^{-5} \right)^{-2}$$

Aplicando la propiedad de cociente de potencias

$$= \left(2^{-1} \cancel{a^0}^1 b^{-3} c^{-3} d^{-5} \right)^{-2}$$

Aplicar potencia a la cero

$$= 2^{(-1)(-2)} b^{(-3)(-2)} c^{(-3)(-2)} d^{(-5)(-2)}$$

Aplicar propiedad de potencia a la potencia

$$= 2^2 b^6 c^6 d^{10}$$

$$= 4 b^6 c^6 d^{10}$$